

Studi e Documenti

Cosa c'è dietro il 'nuovo' esame di matematica: prove contestualizzate, competenze e Indicazioni Nazionali

Achille Maffini

Docente di Matematica e Fisica presso il Liceo "Ulivi" - Parma

✉ a.maffini@achillemaffini.it

Paolo Davoli

Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna

✉ davoli@g.istruzioneer.it

Parole chiave: Esame di Stato, secondo ciclo, problem solving, prove contestualizzate, matematica

1. Seconda prova di matematica: la questione della 'contestualizzazione'

Perché occuparsi della seconda prova di matematica all'esame di Stato? Con facile battuta di parte, potremmo rispondere: "Ovvio, perché la matematica è la regina delle discipline". Con più sobrietà, possiamo osservare che questa prova interessa quasi un quarto degli studenti dell'Emilia-Romagna, e quindi è di gran lunga la prova più gettonata all'esame, dopo il tema di italiano. In secondo luogo, parlare di esiti in matematica significa aprire un *cahier de doléances* che parte dalla didattica della disciplina, prosegue con la discussione sulla sua utilità/inutilità per la vita quotidiana o il proseguimento degli studi, passa per la mal-sopportazione di tanti studenti che la dimenticano volentieri appena usciti dalla scuola, e arriva fino alle analisi sulle *performances* non esaltanti nel contesto internazionale delle prove PISA per gli studenti italiani. In terzo luogo, perché la prova dell'esame 2015 ha visto un cambiamento quantitativamente modesto ma simbolicamente rilevante: l'ingresso del *problema contestualizzato*. E se è vero che la scuola è come un transatlantico, dove una correzione di rotta di pochi gradi non si nota, ma porta a destinazione a una meta distante da quella originaria, allora vale la pena studiare questa correzione di rotta.

La seconda prova dell'esame di Stato del liceo scientifico sta vivendo una stagione di confronto e discussione che l'hanno riportata all'interesse dell'utenza e degli insegnanti liceali delle materie scientifiche. Tale confronto, per quanto riguarda la nostra regione, è ufficialmente iniziato nella primavera del 2014, quando è stato attivato il progetto regionale "Iniziativa connesse all'esigenza dei adeguamento dell'organizzazione e dello svolgimento degli esami di Stato alle modifiche introdotte dal riordino di cui ai DD.PP.RR. 87, 88 e 89 del 2010" che, per la parte che qui ci interessa, comportava iniziative di formazione sulla seconda prova dell'esame di Stato del Liceo Scientifico; questo non solo perché potevano essere coinvolte materie diverse da Matematica (Fisica per il liceo scientifico e Fisica o Scienze per il liceo delle scienze applicate), ma anche perché, da alcune ipotesi autorevoli, avrebbe potuto cambiare la struttura stessa della prova: anziché due problemi (tra cui sceglierne uno) e dieci quesiti (tra cui sceglierne 5) si sarebbe passati a tre quesiti obbligatori e tre da scegliere tra sei¹. Il percorso svolto (che per matematica ha coinvolto circa 80 insegnanti di tutta la regione) si è sviluppato sotto la supervisione del prof. G. Bolondi dell'Università di Bologna².

Com'è poi noto, il vero cambiamento all'esame di giugno 2015 non ha riguardato la struttura della prova quanto i contenuti. I dieci quesiti sono rimasti orientati a verificare le abilità e le conoscenze dei candidati (con l'aggiunta, rispetto agli altri anni, di contenuti quali le equazioni differenziali e la geometria analitica dello spazio). Invece, ai due problemi (o meglio al primo dei due, il cosiddetto problema 'contestualizzato') non è stato solo delegato il compito di valutare le competenze disciplinari, ma anche le competenze di modellizzare dal punto di vista matematico situazioni che richiamassero alcune condizioni di 'realtà'. Si tratta di una modalità di *problem solving* largamente utilizzata in altri paesi (le stesse prove OCSE-PISA sono di questo tipo), ma nuova rispetto all'impostazione tipicamente accademica della nostra didattica³. Si deve evidenziare che gli studenti non erano costretti a svolgere il problema contestualizza-

¹Anche la rivista Archimede ha richiesto ad alcuni insegnanti degli esempi di prove secondo questa prospettiva (vedi Bernardi & Zocante, 2015).

²Il resoconto dei lavori è reperibile sul sito del Liceo Ulivi di Parma all'indirizzo: http://www.liceoulivi.it/pvw/app/PRLS0002/pvw_sito.php?sede_codice=PRLS0002&from=4&page=201431.

³Va comunque ricordato che con la nota Ministeriale n. 3420 del 1° giugno 2012 è stato istituito dal MIUR il Progetto "PROBLEM POSING & SOLVING (www.progettopps.it/) per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali e le Linee Guida relative agli insegnamenti della matematica e dell'Informatica dei Nuovi Licei, Istituti Tecnici e Professionali". Lo scopo del progetto, che ha tra i principali soggetti proponenti AICA, CNR, Università e Politecnico di Torino, è quello di concorrere a concretizzare il cambiamento prospettato a livello normativo con il passaggio dai 'programmi ministeriali d'insegnamento' alle *Indicazioni Nazionali per i Licei e alle Linee Guida per gli Istituti Tecnici e Professionali*. Un cambiamento che affida al docente una più libera gestione dei saperi e l'autonoma progettazione degli itinerari didattici più idonei al conseguimento dei risultati di apprendimento che *Indicazioni e Linee Guida* declinano e fissano per l'intero territorio nazionale.

to, ma potevano scegliere di svolgere in alternativa il secondo problema, riconducendo così la propria prova in un alveo più 'tradizionale'.

Il cambio di rotta ha animato discussioni e polemiche. La disputa principale, che ha coinvolto Ministero e associazioni di insegnanti o di matematici, ha comunque evidenziato quanto meno una criticità sulle tempistiche e sulle modalità di informazioni: se infatti le Indicazioni Nazionali dei Licei parlano espressamente del raggiungimento di competenze tali da permettere agli alunni di riconoscere in situazioni non note la possibilità di modellarle per mezzo di strumenti matematici, tuttavia è noto il 'potere inerziale' della consuetudine didattica delle scuole quando non viene accompagnata nei percorsi di riforma. E la proposta di simulazioni a meno di quattro mesi dalla prova d'esame ha generato il dubbio che tali prescrizioni delle Indicazioni Nazionali non fossero così chiaramente esplicite e declinabili. A distanza di un anno, con due ulteriori simulazioni svolte entro dicembre 2015, questo aspetto è superato.

Ma il dibattito, anche con toni duri e polemici, è durato per tutto il 2015 e non può dirsi concluso. In questo lavoro si cercherà quindi di fornire un'analisi delle nuove tipologie di prove alla luce delle Indicazioni Nazionali e dei risultati dell'esame del 2015.

2. L'impostazione della *rubrica di valutazione*

Con la simulazione del 25 febbraio 2015 è stata fornita anche la rubrica di valutazione della stessa, rubrica poi affinata nella simulazione del 22 aprile 2015 e che ha costituito lo strumento offerto alle commissioni per valutare la prova d'esame. L'obiettivo ministeriale era indubbiamente quello di abituare gli insegnanti non solo alla nuova tipologia di richieste, ma anche a una tipologia di valutazione che privilegiasse l'attenzione ai processi e alle competenze rispetto alle sole conoscenze. La scelta è stata quella di riconfermare la struttura delle griglie proposte negli ultimi anni da Matmedia, che prevede un punteggio grezzo di 150 punti di cui 75 per i problemi e 75 per i quesiti, con sufficienza fissata a 75 punti. A fronte delle disomogeneità di valutazione (e di definizione della soglia di sufficienza) riscontrate negli anni passati, la griglia di Matmedia ha avuto l'indubbio merito di uniformare quanto meno il livello della sufficienza, rendendo paritari il problema e i cinque quesiti. Detto diversamente: il livello di sufficienza può essere giocato o sulle competenze (il problema) o sulle sole conoscenze e abilità (i cinque quesiti).

In entrambe le griglie si declinano quattro indicatori:

- 1) Precedente, Matmedia: Conoscenze, Capacità logiche e argomentative, Correttezza e chiarezza degli svolgimenti, Completezza.
- 2) Nuova, Ministeriale: Comprendere (max18 punti), Individuare strategie (max 21 punti), Sviluppare il processo risolutivo (max 21 punti), Argomentare (max 15 punti).

È abbastanza facile individuare una corrispondenza tra i quattro indicatori proposti dalle due griglie; la differenza veramente rilevante è nella declinazione di tali indicato-

ri: se nella griglia di Matmedia sono riportati dei termini che fungono soprattutto da suggerimenti esplicativi dei vari indicatori (che avrebbero quindi dovuto aiutare l'insegnante a capire cosa valutare) oltre alla segnalazione dei punteggi massimi stabiliti in relazione alla prova, nella griglia ministeriale sono declinati secondo quattro livelli (da L1 a L4) a ciascuno dei quali corrisponde uno specifico punteggio. Al di là degli aspetti tecnici, ciò che interessa soprattutto è se e come è stata utilizzata la griglia a livello regionale.

Partiamo dai dati a disposizione, basati su un questionario allegato a "Commissione Web", con una parte comune a tutte le commissioni e una specifica solo per le commissioni che si sono servite della griglia ministeriale.

Su 145 commissioni dell'Emilia-Romagna, hanno risposto con completezza al questionario 104 (pari al 71,7%, analogo al dato nazionale): di queste, poco più della metà (54 commissioni) hanno utilizzato la griglia di correzione ministeriale. La media regionale delle commissioni che dichiarano di avere utilizzato la griglia (37,5%) è leggermente più alta della media nazionale (33,2%)⁴. Il 28% di non risposte al questionario pone un classico problema interpretativo di incompletezza dei dati, che ben conoscono i sondaggisti politici che devono fare previsioni di voto anche a fronte di intervistati che non rispondono: chi non risponde voterà 'in media' come gli altri oppure no? La scelta più semplice (ma non necessariamente quella corretta) è ipotizzare che nel nostro 28% di non-risposte i dati siano distribuiti come nel 72% di risposte fornite.

3. Gli esiti dell'esame 2015 e le strategie di correzione delle commissioni

Per quanto riguarda la scelta dei problemi, il 62% degli studenti in regione hanno scelto il Problema 1 (quello 'contestualizzato') e il 38% il Problema 2 (quello più 'classico'), in netta controtendenza rispetto alle percentuali nazionali (rispettivamente del 44% e del 56%).

In Figura 1 sono riportati i risultati dei problemi a livello regionale in relazione alle parti svolte (delle quattro in cui era strutturato ciascun problema). P-0 identifica la percentuale di studenti che non hanno risolto nessuno dei quattro quesiti del problema, P-1 la percentuale di studenti che ne hanno risolto uno, ecc. In azzurro sono riportate le percentuali relative al Problema 1 e in rosso le percentuali relative al Problema 2.

Dai risultati si può osservare come

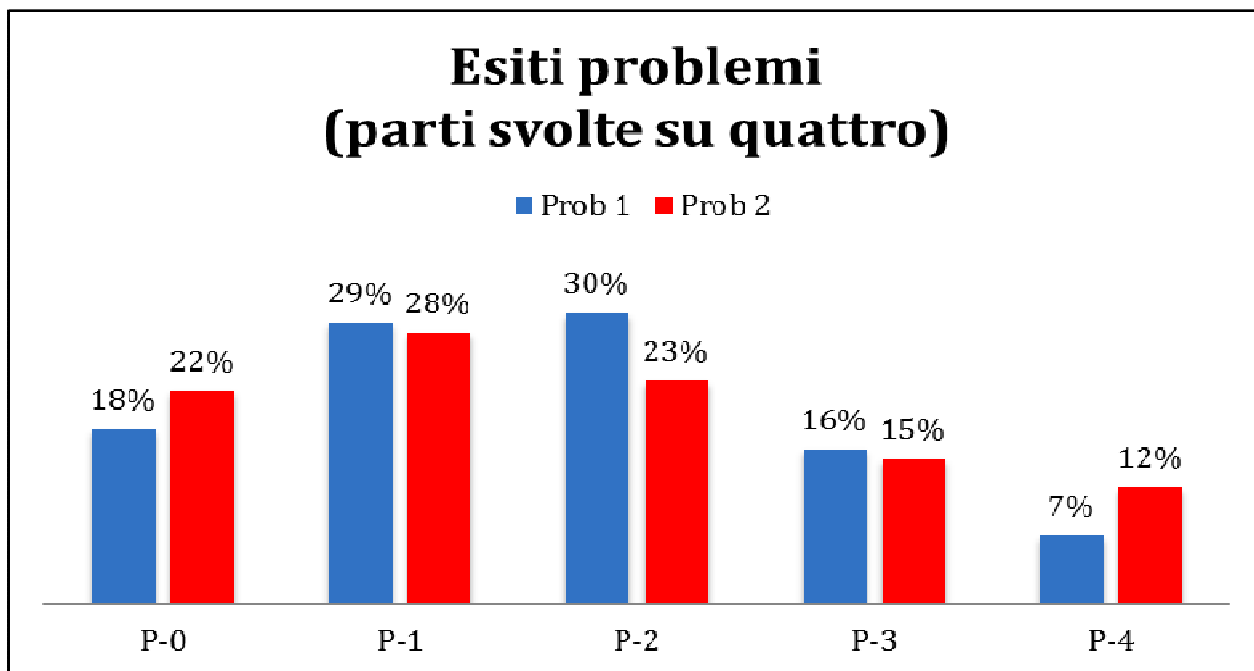
a) le distribuzioni sono pressoché analoghe nei valori intermedi a testimonianza di come la maggior parte degli studenti sia riuscita a 'fare qualcosa' in entrambi i problemi;

⁴ I dati nazionali sono reperibili in MIUR, 2016.

b) il problema 1 ha percentuali più basse sugli estremi. Questo aspetto può essere ricondotto a due aspetti specifici:

- da una parte una maggiore semplicità concettuale nella modellizzazione iniziale (traducibile in una minore percentuale di chi non ha fatto nulla);
- dall'altra maggiore difficoltà nel capire le richieste nella seconda parte del problema, come discusso nelle sezioni successive (traducibile in una minore percentuale di studenti che ha completato il problema).

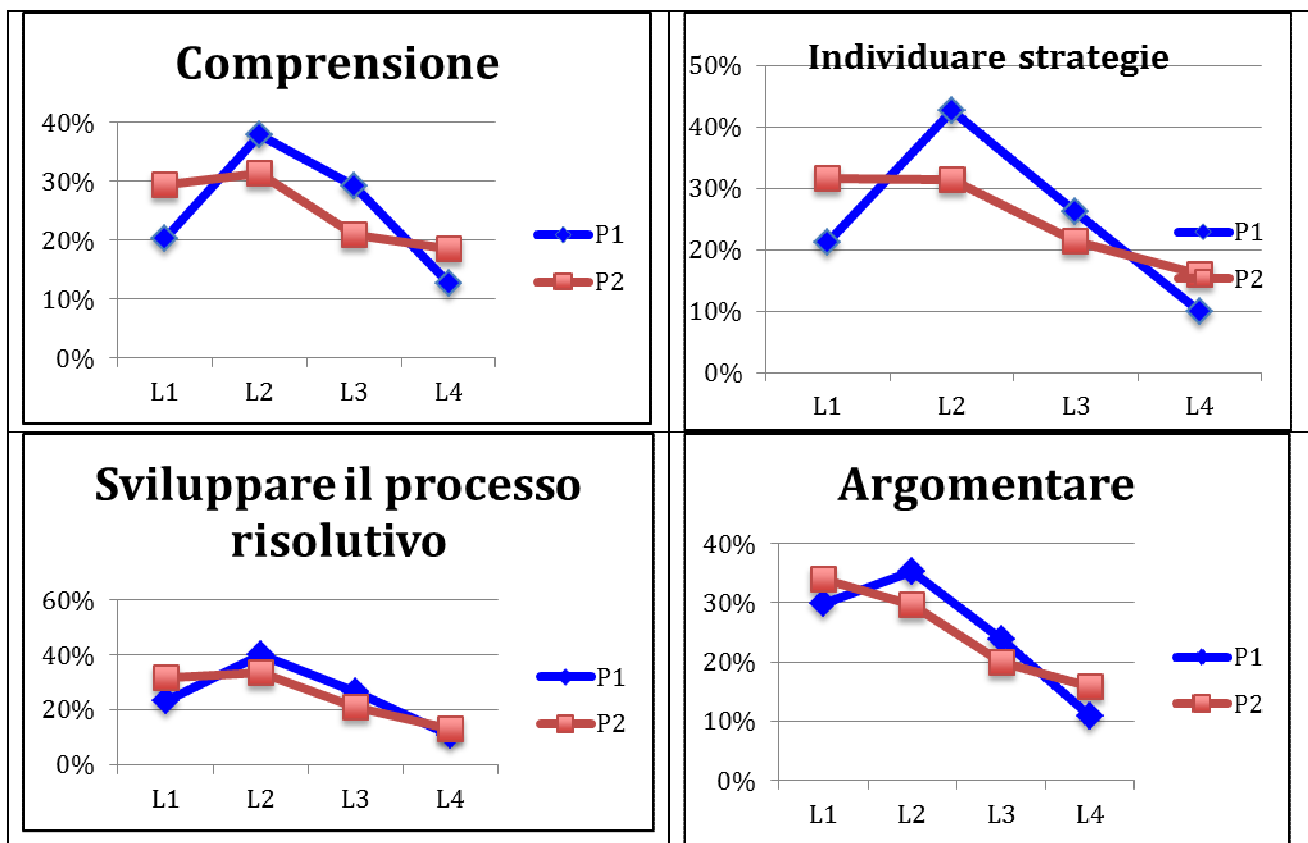
Figura 1



In Figura 2 sono invece riportate le valutazioni dei due problemi sugli specifici indicatori-livelli sopra riportati.

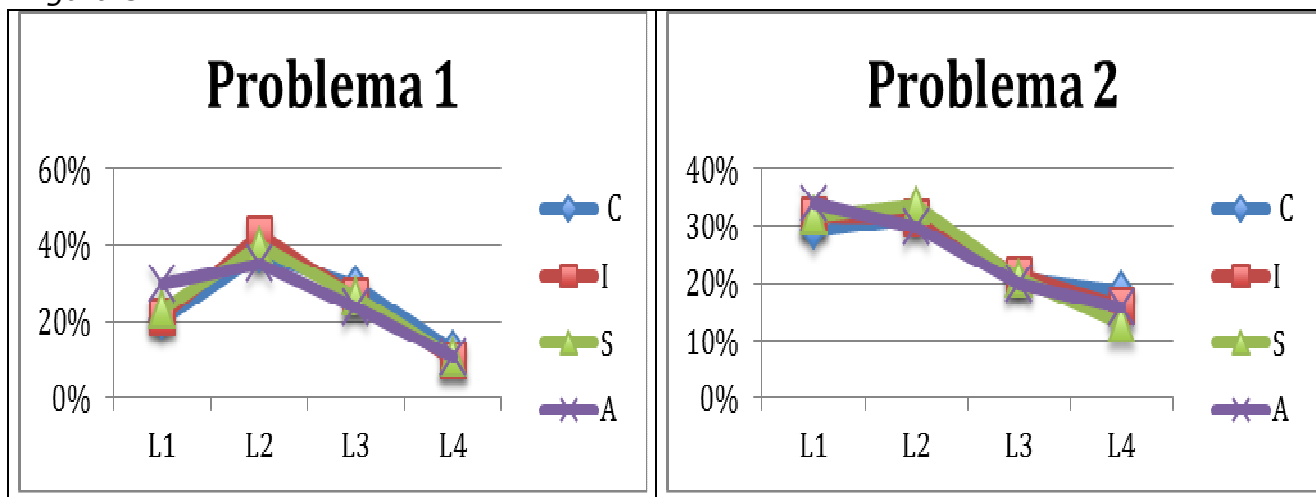
La cosa che più di altre balza all'occhio è la struttura molto simile dei grafici; soprattutto si evidenzia come il Problema 1 abbia risultati più bassi sugli estremi, in accordo con le parti di problema svolte (vedi Figura 1). Gli andamenti regionali, del resto, sono molto simili ai risultati nazionali. A questo punto però potrebbe diventare significativo un confronto tra gli indicatori diversi riferiti allo stesso problema.

Figura 2



Nella Figura 3 sono riportati i grafici dei vari indicatori con le percentuali dei 4 livelli, sia per il Problema 1 che per il Problema 2.

Figura 3



Dai grafici emerge chiaramente come le rappresentazioni dei vari indicatori siano di fatto sovrapponibili, con percentuali molto vicine tra di loro, sia nel Problema 1, sia nel Problema 2. Per quanto riguarda il Problema 2 le cose cambiano dal punto di vista della struttura dei grafici, ma non per la loro correlazione.

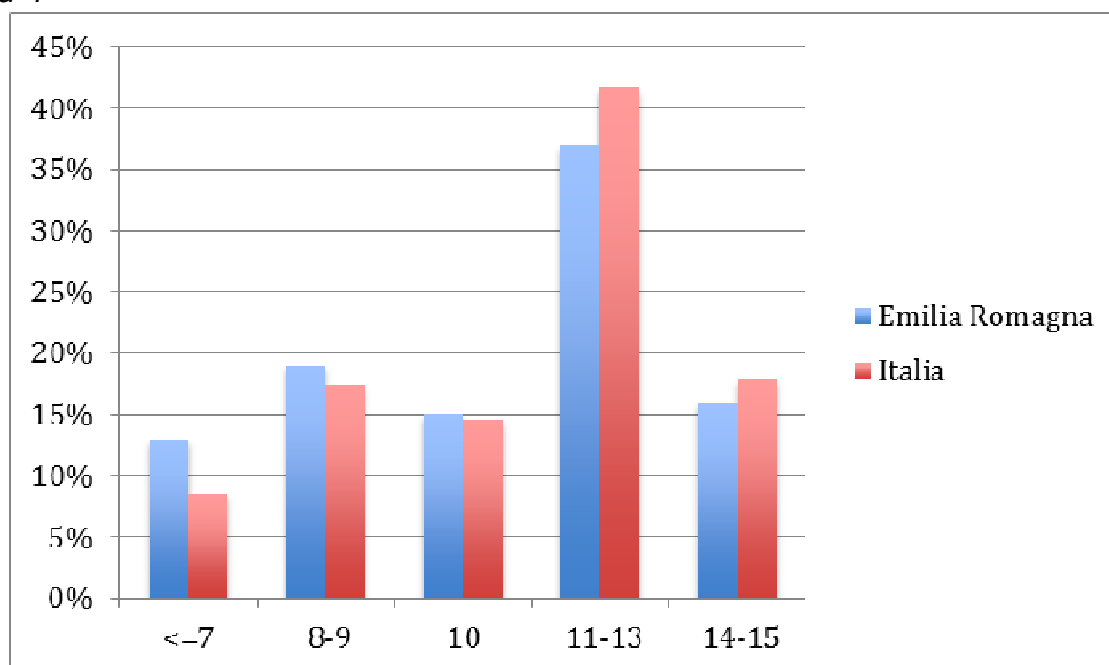
L'analisi dei grafici relativi ai due problemi pone in modo esplicito il quesito su come sia stata utilizzata la griglia ministeriale. Prima di cercare di dare una risposta a que-

sta domanda va ricordato come la valutazione per mezzo di *rubric* sia poco diffusa, soprattutto se riferita a prove in cui si hanno gli strumenti per valutare soprattutto il risultato finale e non il processo (se non in termini di strategia) che l'ha determinato. Di conseguenza, utilizzare uno strumento come questa rubrica proprio in corrispondenza della prova più importante della carriera scolastica di uno studente comporta, da parte dell'insegnante, una serie di possibili incertezze.

L'analisi dei grafici sembra rafforzare questa impressione, in quanto la sovrapposibilità delle percentuali (con scostamenti al massimo del 10%) fa sorgere il sospetto che la maggior parte degli insegnanti abbia prima stabilito la valutazione del problema con modalità 'tradizionali' e successivamente abbia distribuito il punteggio sui vari indicatori. In sostanza, un percorso del tipo quantitativo-qualitativo-quantitativo, laddove invece la *rubric* prevederebbe la traduzione diretta dal qualitativo (la descrizione contenuta nella rubrica) al quantitativo (il punteggio corrispondente). Questa interpretazione pone prioritariamente il problema di una formazione diretta degli insegnanti sulla *valutazione autentica*, se, come sembra, è ritenuta la più attendibile per la prova d'esame.

Per concludere questa parte sulla valutazione, vale la pena confrontare gli esiti regionali con quelli nazionali (Figura 4).

Figura 4



Partendo dal presupposto che la valutazione dei quesiti sia stata sostanzialmente uniforme a livello nazionale, è ipotizzabile che la differenza sia dovuta ai problemi, per cui le minori percentuali di valutazioni alte in Emilia-Romagna potrebbero essere riconducibili al fatto che nella nostra regione è stata più alta la percentuale di studenti

che hanno scelto il Problema 1 (ipotesi del resto suffragata anche dal grafico della Figura 1 in cui, come detto, la percentuale degli studenti che hanno affrontato tutti e quattro i punti del Problema 1 è inferiore rispetto alla percentuale di quelli che hanno affrontato tutti i punti del Problema 2). Quindi l'aver scelto il problema 'contestualizzato' potrebbe aver penalizzato gli studenti nell'ottica complessiva della valutazione (da notare anche le percentuali regionali e nazionali di coloro che hanno avuto una valutazione inferiore a 8 punti su 15, corrispondenti all'insufficienza grave).

4. Le prove contestualizzate e le competenze attivate

Come accennato in precedenza, la vera novità della prova del 2015 è consistita nel problema contestualizzato, la cui presenza era già stata 'preparata' dalle simulazioni ministeriali⁵. Nel dibattito che ne è seguito si sono contrapposte le perplessità di chi diffidava della sua significatività come misurazione di una formazione matematica liceale e chi sosteneva, invece, che quelle prove fossero diretta conseguenza di quanto dichiarato nelle *Indicazioni Nazionali*. In questo dibattito si è poi inserita un'ulteriore corrente che mette in aperta discussione la stessa significatività delle *Indicazioni Nazionali*⁶. Non è nostra intenzione entrare nel merito delle varie posizioni quanto piuttosto sviluppare un'analisi delle prove ministeriali (simulazioni e prova d'esame) alla luce delle *Indicazioni Nazionali dei Licei* (d'ora in poi IN) e del concetto di competenza matematica in esse contenuto, mostrando che il 'problema contestualizzato' è un tentativo di risposta a quanto chiesto dalle IN.

Partiamo da alcuni presupposti. La prova di matematica all'esame di Stato ha, da sempre, suscitato discussioni e spesso critiche, anche feroci. Tutti gli anni la prova era vissuta da studenti e insegnanti come una sorta di 'lotteria' in cui le cose potevano andare bene o male a seconda delle 'annate'. Così spesso la discussione ruotava intorno alla dicotomia *facile vs difficile*, mentre la questione reale dovrebbe essere *significativa vs poco significativa*.

Come si valuta la *significatività* della prova? Le prove degli anni pre-2015 erano 'significative'? Il modo migliore per valutare la 'significatività', a nostro parere, è valutare l'attinenza con i documenti di riferimento che, nel nostro caso, sono le IN.

Il dibattito sul concetto di competenza parte da lontano; per la nostra regione, si può fare riferimento al progetto regionale sugli Assi culturali degli anni 2009-2010⁷. Ma se nelle IN era già 'tutto scritto', perché l'argomento è ritornato di attualità adesso sui problemi contestualizzati?

⁵ I testi delle simulazioni sono reperibili all'indirizzo <http://questionariolsosa.miur.carloanti.it>.

⁶ In particolare si segnalano le critiche provenienti dall'associazione Mathesis, reperibili sul sito <http://www.mathesisnazionale.it>.

⁷ Si veda USR E-R, 2009.

Nei problemi contestualizzati, quali tipi di competenze sono richieste? Potremmo suddividerle grosso modo in tre aree:

- a) linguistica;
- b) disciplinare;
- c) 'realistico'.

4.1 Le competenze linguistiche

Nelle IN sono presentate come competenze trasversali e, in quanto tali, sono richiamate negli obiettivi generali:

3) L'enfasi sulla necessità di costruire, attraverso il dialogo tra le diverse discipline, un profilo coerente e unitario dei processi culturali [...].

4) La competenza linguistica nell'uso dell'italiano come responsabilità condivisa e obiettivo trasversale comune a tutte le discipline, senza esclusione alcuna. La padronanza dei lessici specifici, la comprensione di testi a livello crescente di complessità, la capacità di esprimersi e argomentare in forma corretta e in modo efficace sono infatti competenze che le Indicazioni propongono come obiettivo di tutti.

Vale la pena soffermarsi soprattutto su due punti: la necessità di costruire un profilo coerente e unitario dei processi culturali (punto 3) e il riferimento alle competenze linguistiche come responsabilità condivisa a tutte le discipline (punto 4). Il linguaggio, sia esso la lingua madre o un linguaggio specifico, diventa quindi parte imprescindibile delle competenze disciplinari proprio perché deve risultare propedeutico alla decodificazione delle informazioni nella prospettiva della successiva modellizzazione. Va altresì notato come nelle IN la nozione di competenza (linguistica) sia integrata con quella di prestazione⁸, così come è opportuno ricordare la riconosciuta difficoltà degli studenti a utilizzare le competenze linguistiche in contesto matematico (riscontrabile nelle difficoltà a spiegare cosa fanno o, in generale, a 'parlare di matematica').

4.2 Le competenze disciplinari

Le IN rimarcano come *"Al termine del percorso del liceo scientifico lo studente conoscerà i concetti e i metodi elementari della matematica, sia interni alla disciplina in sé considerata, sia rilevanti per la descrizione e la previsione di fenomeni. Al termine del percorso didattico lo studente [...] conoscerà le metodologie di base per la costruzione di un modello matematico di un insieme di fenomeni, saprà applicare quanto appreso per la soluzione di problemi [...]. Tali capacità operative saranno particolarmente accentuate nel percorso del liceo scientifico"*.

⁸ Come ricordato in (Ferrari, 2016), in tutti i livelli scolari ci sono riferimenti a 'situazioni', 'contesti', 'efficacia', 'adeguatezza', 'registro'.

Ricordiamo una definizione di competenza matematica inserita dalla Commissione Europea tra le competenze di cittadinanza⁹: *"La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. [...] la competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità a usare modelli matematici di pensiero (pensiero logico e spaziale) e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, carte)"*.

È chiaro come le IN abbiano come riferimento questa definizione, per cui si ha una manifestazione di competenza quando si riesce a esprimere in modo coerente il proprio patrimonio di conoscenze e di abilità consolidate per affrontare esigenze legate a situazioni problematiche.

A fronte di queste impostazioni, uno dei problemi didattici della matematica è proprio riconducibile alla perdita di senso, da parte degli studenti, dei contenuti matematici. Così, se è abbastanza facile, didatticamente parlando, passare dai semplici problemi 'orientati' alle strutture matematiche soggiacenti, la criticità si presenta nel momento in cui si tratta di riconoscere gli oggetti matematici utili per la gestione di specifiche situazioni-problema in contesti generali e non esplicitamente orientati a una specifica soluzione.

4.3 Le competenze 'realistiche'

A questo aspetto si ricollega la terza area di competenza citata in precedenza, quella denominata come 'realistica'. Nell'attuale dibattito sul concetto di competenza trova poco spazio una riflessione che dovrebbe essere invece prioritaria sul concetto di 'realità' relativo a uno studente liceale (di liceo scientifico in particolare). Uno degli obiettivi della formazione liceale, infatti, è proprio la costruzione di una realtà matematica mediante un processo di reificazione dei processi¹⁰.

Del resto, cosa si intende per realtà, per uno studente liceale? Che rapporto c'è tra realtà e realismo? In generale, cosa si intende per 'matematica realistica'? Come accennato in precedenza, sono queste, secondo noi, le vere questioni che dovrebbe essere alla base del dibattito attuale sulle competenze liceali.

Secondo il matematico H. Freudenthal¹¹, autorevole esponente della scuola olandese: *"Matematizzare significa matematizzare la realtà o pezzi di realtà. [...] Nel momento in cui l'atto del matematizzare è trasferito nella reinvenzione, la realtà che deve essere matematizzata è quella del discente [...] e l'atto del matematizzare è quello del discente"*.

⁹ Raccomandazione 2006/962/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio del 18/12/2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente.

¹⁰ Il termine, introdotto da A. Sfard (Sfard, 2009), si riferisce a un obiettivo primario della formazione matematica: la possibilità per uno studente di costruirsi una realtà fatta di oggetti matematici a loro volta frutto di processi.

¹¹ Vedi Freudenthal, 1994.

La matematica, quindi, diventa un potente paio di occhiali con cui guardare la realtà; lo studente deve potersi costruire un mondo popolato da oggetti matematici visti come attrezzi di indagine¹². La realtà matematica diventa tanto più 'reale' ed efficace quanto più la reificazione dei processi matematici è portata a compimento; la gestione di situazioni contestualizzate, con tutti i suoi limiti, può essere un modo per testare il raggiungimento di questo obiettivo, fermo restando che per molti studenti sono molto più astratte alcune situazioni 'reali', se la realtà a cui ci si riferisce è vissuta come lontana¹³.

5. Cosa c'è 'dentro' una prova contestualizzata?

I problemi contestualizzati si presentano spesso non come specifiche situazioni-problema quanto piuttosto come vestizioni semantiche di oggetti sintattici.

Consideriamo i seguenti problemi:

(A1) *Marco e Luca hanno rispettivamente 10 e 1 caramella. Come devono suddividersi altre 15 caramelle in modo che ne abbiano un numero uguale?*

(A2) *Marco e Luca si alternano alla guida della moto. Marco ha guidato per 10 km, mentre Luca per 1 km. Sapendo che rimangono 15 km da percorrere, per quanti chilometri dovrà guidare ognuno in modo che alla fine abbiano guidato per lo stesso numero di chilometri?*

(B) *Dividere il numero 15 in due parti tali che, aggiungendo 10 alla prima, si ottiene un numero che supera di 1 la seconda.*

Da un problema all'altro aumenta il livello di astrazione, il cui culmine si ha con uno dei possibili sistemi risolvibili:

$$(C): \begin{cases} x + y = 15 \\ x + 10 = y + 1 \end{cases}$$

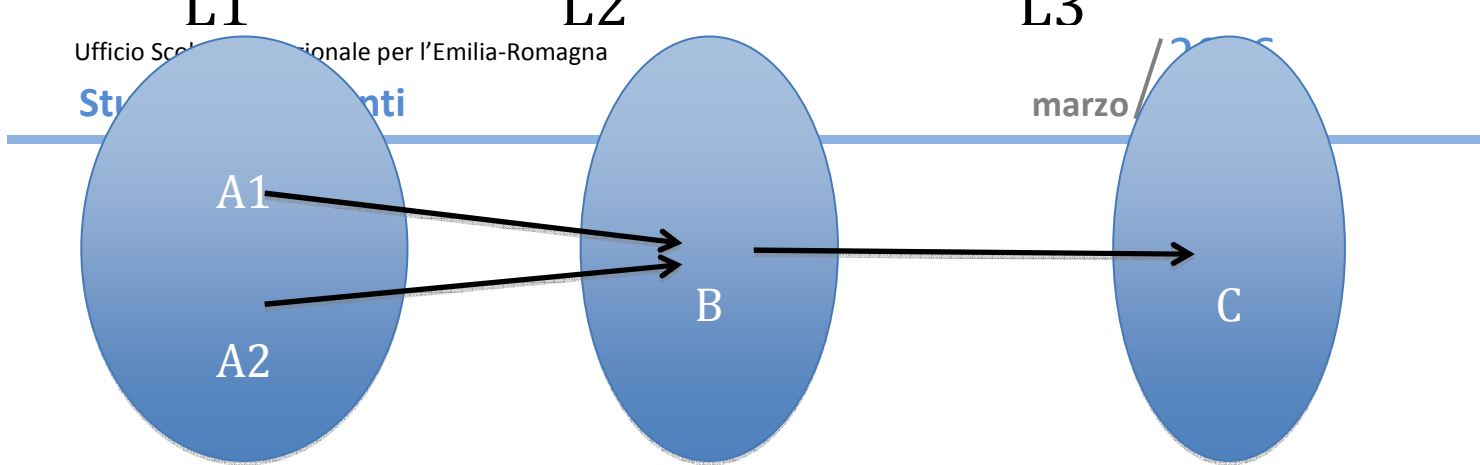
Indichiamo con L1 il livello di astrazione dei problemi tipo A1 e A2, con L2 il livello di astrazione dei problemi tipo B e con L3 il livello di astrazione degli oggetti tipo C.

I livelli di astrazione precedenti possono essere visualizzati con una struttura funzionale come in Figura 5.

Figura 5

¹² Si vedano, ad esempio, i concetti di relazione e di funzione.

¹³ Quando si propongono esercizi di calcolo combinatorio o calcolo delle probabilità è facile trovare studenti che trovano molto più reali i modelli 'artificiali' urna-palline rispetto alle situazioni 'realistiche' riferite alle carte o al gioco del lotto.



Se gli elementi di L1 sono problemi contestualizzati, gli elementi di L2 sono categorie di problemi, di cui il riconoscimento della struttura è il primo passo per arrivare agli strumenti risolutivi di L3. Con un problema contestualizzato, allo studente è richiesto di passare da L1 a L3, mentre un problema 'tradizionale', viceversa, comporta un passaggio da L2 a L3 o anche è spesso posto direttamente, come esercizio, nella forma L3. Con un problema contestualizzato, all'insegnante è richiesto, per strutturare i problemi, il passaggio (più difficile, perché inverso) da L3 a L1. La criticità per un 'inventore di problemi' di tale passaggio da L3 a L1 risiede proprio nella difficoltà in una vestizione semantica significativa degli oggetti di L3 (o L2).

Nel caso dei problemi contestualizzati proposti dal Ministero la situazione è molto simile. A titolo d'esempio, consideriamo il problema del portascarpe proposto nella simulazione del 10 dicembre 2015.

La richiesta (A) (livello L1):

L'artigiano procede alla progettazione del profilo e stabilisce che tali contenitori debbano essere a base rettangolare di dimensioni 20 cm per 30 cm e che l'altezza, procedendo in senso longitudinale da 0 a 30 cm, segua l'andamento così descritto: a un estremo, corrispondente alla punta della scarpa, l'altezza è 4 cm, a 10 cm da questo estremo la sagoma flette e l'altezza raggiunge 8 cm, a 20 cm dall'estremo l'altezza raggiunge 12 cm, mentre all'altro estremo l'altezza è zero.

La decodifica (B) (livello L2):

Determina l'equazione della cubica passante per i punti di coordinate (0; 0,4), (1;0,8), (2; 1,2) e (3;0) e rappresentala nell'intervallo [0;3].

La traduzione algebrica (C) (livello L3):

$$y = -\frac{4}{15}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - \frac{2}{15}x + \frac{2}{5}$$

6. Quali competenze vogliamo attivare nei nostri studenti?

Il passaggio delicato è naturalmente quello da L1 a L2, mentre quello da L2 a L3 è più vicino alla prassi didattica ordinaria dell'insegnante che non si limiti a chiedere ai propri studenti di 'risolvere esercizi'. Le competenze richieste per passare da L1 a L3 (passando da L2) sono riassumibili in:

a) competenze specifiche di contesto, intese come conoscenza del contesto di riferimento e capacità di decodificare le informazioni;

b) competenze linguistiche, le quali coinvolgono da una parte la comprensione del linguaggio naturale (L1), dall'altra del linguaggio matematico (sia in forma sincopata, come in L2, che specifico, come in L3). Il modello di riferimento è quello della traduzione e, in quanto tale, presuppone la conoscenza sia del linguaggio di partenza che di quello d'arrivo, cioè delle conoscenze e abilità riferite sia al linguaggio naturale sia a quello matematico.

Le considerazioni precedenti pongono quindi in stretta relazione le competenze richieste per la Lingua Italiana con quelle richieste per la Matematica. Nelle IN, nella parte relativa *all'Area linguistica e comunicativa*, si rimarca come lo studente debba: *"Saper leggere e comprendere testi complessi di diversa natura, cogliendo le implicazioni e le sfumature di significato proprie di ciascuno di essi, in rapporto con la tipologia e il relativo contesto storico e culturale"*.

Successivamente, nella parte delle IN relativa alla Lingua Italiana, si dà come indicazione per il primo biennio: *"Questo percorso utilizzerà le opportunità offerte da tutte le discipline con i loro specifici linguaggi per facilitare l'arricchimento del lessico e sviluppare le capacità di interazione con diversi tipi di testo, compreso quello scientifico: la trasversalità dell'insegnamento della Lingua italiana impone che la collaborazione con le altre discipline sia effettiva e programmata"*.

Idee ribadite per il secondo biennio: *"L'affinamento delle competenze di comprensione e produzione sarà perseguito sistematicamente, in collaborazione con le altre discipline che utilizzano testi, sia per lo studio e per la comprensione sia per la produzione (relazioni, verifiche scritte ecc.). In questa prospettiva, si avrà particolare riguardo al possesso dei lessici disciplinari, con particolare attenzione ai termini che passano dalle lingue speciali alla lingua comune o che sono dotati di diverse accezioni nei diversi ambiti di uso."*

L'obiettivo è quindi fornire allo studente gli strumenti per comprendere un testo anche in altre discipline diverse dall'Italiano stesso. Potremmo dire che la misurazione del raggiungimento di questo obiettivo passa attraverso la capacità di decodifica di un testo per tradurlo nel linguaggio specifico (nel nostro caso matematico). A titolo di esempio riporteremo nel seguito parti del testo di alcuni problemi proposti dal Ministero in cui sono evidenziati i termini che richiedono una conoscenza specifica di contesto.

Problema 1 (Esame di Stato 2015)¹⁴ –

Il piano tariffario proposto da un operatore telefonico prevede, per le telefonate dall'estero, un **canone fisso** da 10 euro al mese, più 10 centesimi per ogni minuto di conversazione. Indicando con x i minuti di conversazione effettuati in un mese, con $f(x)$ la spesa totale nel mese e con $g(x)$ il **costo medio al minuto**.

Sul suo sito web l'operatore telefonico ha pubblicato una mappa che rappresenta **la copertura del segnale** telefonico nella zona di tuo interesse.

Il portascarpe (simulazione del 10 dicembre 2015)

L'artigiano procede alla progettazione del profilo e stabilisce che tali contenitori debbano essere a base rettangolare di dimensioni 20 cm per 30 cm e che l'altezza, procedendo **in senso longitudinale** da 0 a 30 cm, segua l'andamento così descritto: a un estremo, corrispondente alla punta della scarpa, l'altezza è 4 cm, a 10 cm da questo estremo la sagoma flette e l'altezza raggiunge 8 cm, a 20 cm dall'estremo l'altezza raggiunge 12 cm, mentre all'altro estremo l'altezza è zero.

Prima di procedere alla produzione di un **prototipo**, l'artigiano vuole essere sicuro del suo progetto. Pensa che occorra una competenza in matematica per avere la certezza che il contenitore realizzato in base al profilo da lui progettato possa contenere vari tipi di scarpe.

L'artigiano decide di valutare anche le condizioni di vendita del prodotto. **Il costo di produzione** è pari a 5 € per ogni contenitore, **più un costo fisso mensile** di 500 €; in base alla sua conoscenza del mercato, ritiene di poter vendere ciascun contenitore a 15 € e immagina che aumentando sempre più il numero di contenitori prodotti in un mese **il rapporto ricavo/costo possa crescere indefinitamente**;

4. mostra che ciò non è vero e per illustrare all'artigiano il risultato matematico disegna l'andamento del rapporto ricavo/costo al crescere del numero di contenitori prodotti in un mese.

Anche in questi contesti i termini evidenziati risultano tecnici (e quindi da definire) o da interpretare (come ad esempio *'in senso longitudinale'*, il quale presuppone in modo implicito un particolare sistema di riferimento in cui si interpreta *'la lunghezza'* secondo una specifica direzione).

Come osservato nel paragrafo 1, la percentuale di studenti che in regione hanno affrontato tutti e quattro i punti del Problema 1 è inferiore a quella degli studenti che hanno affrontato tutti e quattro i punti del Problema 2. Una domanda che è lecito porsi è se le difficoltà non sia da ricondurre più alle competenze linguistiche che matematiche; qualcuno potrebbe obiettare che i problemi contestualizzati non permettano di

¹⁴ Per il reperimento della prova di matematica dell'esame di Stato 2015 si rimanda all'indirizzo http://www.istruzione.it/esame_di_stato/Secondo_Ciclo/tracce_prove_scritte/2015/tracce_prove_scritte2015.shtml mentre le simulazioni ministeriali sono reperibili all'indirizzo <http://questionariolsosa.miur.carloanti.it>

valutare esaurientemente le competenze matematiche in quanto lo studente non riesce a riportare le richieste ai livelli L2 e, conseguentemente, L3¹⁵. Dal punto di vista didattico questo può essere individuato con un punto di criticità (e di significatività) dei problemi contestualizzati; può quindi essere opportuno modulare e formalizzare esplicitamente i due passaggi, evitando così di passare direttamente da L1 a L3, con conseguente (possibile) disorientamento.

Questa osservazione permette però di mettere in evidenza un altro aspetto spesso trascurato nella preparazione della prova di matematica all'esame di Stato. Se è, infatti, ovvio che la titolarità della prova di matematica sia dell'insegnante di matematica, la responsabilità linguistica nella sua preparazione è e dovrebbe essere sempre più una responsabilità condivisa anche con le altre discipline, per quanto riguarda la comprensione sia linguistica che dei riferimenti contenutistici.

L'osservazione sulle possibili difficoltà in relazione alle competenze linguistiche dei nostri studenti ci pone inoltre un'ulteriore domanda: il termometro che ci misura 38 di febbre è esso il problema o non è forse l'opportunità di cogliere un sintomo del vero problema? Detto in altri termini: per superare questa difficoltà degli studenti nella traduzione dal linguaggio 'di realtà' al linguaggio matematico dobbiamo evitare di partire da situazioni 'di realtà?', o dobbiamo piuttosto modificare una didattica a comparti stagni che tiene separati i linguaggi dei contesti reali e quello della matematica? Le domande diventano due: ci possiamo permettere studenti con (eventuali) competenze disciplinari di matematica ma con scarse 'competenze di realismo' e scarse competenze di 'decodifica linguistica'? E la seconda: quanti studenti perdiamo continuando con questa scelta, studenti che si disaffezionano alla matematica perché non riescono a trovarle un posto nel loro orizzonte ordinario?

In altre parole, se le prove contestualizzate stimolano nello studente l'attivazione di competenze più ampie (sul piano strettamente disciplinare; *soft skill*¹⁶, come gestire le informazioni, attenzione ai dettagli, flessibilità, *problem solving*; competenze linguistiche), forse possiamo usarle anche come guida per la nostra didattica, nonostante qualche limite di crescita ancora presente in queste prove. Visto che i 'test' dell'esame di Stato inevitabilmente guidano la nostra didattica, forse un *teaching to the test*, quando il 'test' è buono, diventa un *buon teaching*.

Chi ha seguito il percorso dei ragazzi che hanno vissuto per primi il nuovo esame di Stato avrà notato atteggiamenti antitetici nei confronti dei problemi contestualizzati: rispetto a chi è risultato spaesato di fronte alle nuove modalità di richieste, c'è chi si è ritrovato stimolato dalla sfida che il problema pone, oltre che incuriosito dalle possibili applicazioni di strumenti matematici noti; e questo è un altro elemento di cui tener conto nella valutazione di significatività.

¹⁵ Passaggio, quest'ultimo, più legato invece alle competenze disciplinari.

¹⁶Vedi ad esempio in: <https://www.almalaurea.it/info/aiuto/lau/manuale/soft-skill>.

7. Conclusioni e rilanci

Un naturale atteggiamento di approccio nostalgico al passato è stato implicitamente attivato anche nella recente discussione sul nuovo esame. Il metterne in evidenza le criticità ha forse fatto dimenticare che le prove degli anni precedenti il 2015 non hanno sempre dato l'idea di vivere nel migliore dei mondi possibili. Prendendo quindi come potenzialmente positivo questo spostamento sulle prove contestualizzate, e senza volere trarre conclusioni, proponiamo alcuni rilanci per future ipotesi di lavoro e di ricerca. Sinteticamente:

- aprire un confronto su quale sia la realtà (culturale) di riferimento per uno studente liceale;
- valutare come stabilizzare nel curriculum della matematica del liceo scientifico e nella didattica ordinaria la pratica dell'approccio per competenze-abilità-conoscenze implicito nella contestualizzazione; aprire nella comunità professionale dei docenti piste di discussione e formazione continua;
- stabilire il rapporto tra le competenze relative alla cosiddetta 'Matematica per il cittadino' (concetto alla base del lavoro sugli Assi culturali e delle varie indagini internazionali, come OCSE-PISA o TIMSS Advancers) e le competenze dei licei scientifici; in particolare si tratterebbe di stabilire quali sono gli obiettivi comuni ai due percorsi e come perseguirli;
- lavorare sulla verticalità del curriculum (soprattutto a livello linguistico) e sulla condivisione di un *syllabus* verticale;
- come possa stabilizzarsi l'attuale seconda prova dell'esame di Stato nell'ottica della interdisciplinarietà.

Bibliografia

Bernardi C., Zocante S.: 2015, Proposte per la prova scritta a conclusione del liceo scientifico, Archimede, Anno LXVII 1/2015, p. 3-19.

Ferrari P.L.: 2003, *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*, Bologna: Pitagora Editrice.

Ferrari P.L.: 2015, Competenze linguistiche nell'insegnamento-apprendimento della matematica. Come?, in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 38 A-B, n. 5, pp. 601-618.

Freudenthal H.: 1994, *Ripensando l'educazione matematica*, Brescia: Editrice La Scuola.

USR E-R: 2009, *Resoconto del percorso laboratoriale*, a cura di Mauro Levratti.

Maffini A.: 2015, Materiale relativo al progetto regionale dell'Emilia-Romagna *Iniziativa connesse all'esigenza dei adeguamento dell'organizzazione e dello svolgimento degli esami di Stato alle modifiche introdotte dal riordino di cui ai DD.PP.RR. 87, 88 e*

89 del 2010 in:

http://www.liceoulivi.it/pvw/app/PRLS0002/pvw_sito.php?sede_codice=PRLS0002&from=4&page=201431.

MIUR: 2016, Focus "Esiti degli esami di Stato nella scuola secondaria di II grado", in http://www.istruzione.it/allegati/2016/focus_esiti_esami_stato_II_grado_b.pdf.

Sfard A.: 2009, *Psicologia del pensiero matematico. Il ruolo della comunicazione nello sviluppo del pensiero cognitivo*, Trento: Erickson.